

EJERCICIOS DE REPASO PARA EL EXAMEN DE GEOMETRÍA.

1	Dados $\vec{u}(2, 3)$, $\vec{v}(-3, 1)$ y $\vec{w}(5, 2)$, calcula: a) $(3\vec{u} + 2\vec{v}) \cdot \vec{w}$ b) $\vec{u} \cdot \vec{w} - \vec{v} \cdot \vec{w}$ c) $(\vec{u} \cdot \vec{v}) \vec{w}$ d) $\vec{u}(\vec{v} \cdot \vec{v})$
2	Dado el vector $\vec{u}(-5, k)$ calcula k de modo que: a) \vec{u} sea ortogonal a $\vec{v}(4, -2)$. b) El módulo de \vec{u} sea igual a $\sqrt{34}$.
3	Dados $\vec{a}(2, 1)$ y $\vec{b}(6, 2)$, halla un vector \vec{v} tal que $\vec{v} \cdot \vec{a} = 1$ y $\vec{v} \perp \vec{b}$.
4	En una circunferencia de centro O y de radio 2 cm, se inscribe un hexágono de vértices A, B, C, D, E, F . Calcula los productos: a) $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ b) $\vec{OA} \cdot \vec{OC}$ c) $\vec{AB} \cdot \vec{ED}$ d) $\vec{BC} \cdot \vec{EF}$
5	Demostrar que las diagonales de un rombo son siempre perpendiculares.
6	Expresar el vector $(5, 2)$ como combinación lineal de los vectores $(1, 2)$ y $(3, -2)$.
7	Calcula las coordenadas de un punto del segmento AB cumpliendo que está a doble distancia de A que de B . Sabemos que $A(1, 4)$ y $B(-2, 5)$
8	Averigua si están alineados los puntos $P(7, 11)$, $Q(4, -3)$ y $R(10, 25)$.
9	Calcula el valor de k para que los puntos de coordenadas $A(1, 7)$, $B(-3, 4)$, $C(k, 5)$ estén alineados.
10	Averigua la posición relativa de los siguientes pares de rectas: a) $\begin{cases} -x + 3y + 4 = 0 \\ 3x - 9y - 12 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x + y + 3 = 0 \\ x - 2y + 16 = 0 \end{cases}$
11	Halla la distancia de $Q(-3, 4)$ a las siguientes rectas: a) $2x + 3y = 4$ b) $\frac{x-1}{2} = \frac{y-4}{5}$ c) $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 - 6t \end{cases}$ d) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$
12	Halla la distancia entre las rectas $r: x - 2y + 8 = 0$ y $r': -2x + 4y - 7 = 0$.
13	Halla el ángulo que forman los siguientes pares de rectas: a) $\begin{cases} y = 2x + 5 \\ y = -3x + 1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y + 7 = 0 \\ 10x + 6y - 3 = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = 2t \end{cases}$ $\begin{cases} x = -1 - 3t \\ y = 4 + t \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2y + 3 = 0 \end{cases}$

14	<p>En el triángulo de vértices $A(-2, 3)$, $B(5, 1)$, $C(3, -4)$, halla las ecuaciones de:</p> <p>a) La altura que parte de B.</p> <p>b) La mediana que parte de B.</p> <p>c) La mediatriz del lado CA.</p>
15	<p>Halla el pie de la perpendicular trazada desde $P(1, -2)$ a la recta $r: x - 2y + 4 = 0$.</p>
16	<p>Halla el punto de la recta $3x - 4y + 8 = 0$ que equidista de $A(-6, 0)$ y $B(0, -6)$.</p>
17	<p>Halla los puntos de la recta $y = -x + 2$ que equidistan de las rectas $x + 2y - 5 = 0$ y $4x - 2y + 1 = 0$.</p>
18	<p>Averigua cuáles de las siguientes expresiones corresponden a circunferencias y, en ellas, halla su centro y su radio:</p> <p>a) $x^2 + y^2 - 8x + 2y + 10 = 0$</p> <p>b) $x^2 - y^2 + 2x + 3y - 5 = 0$</p> <p>c) $x^2 + y^2 + xy - x + 4y - 8 = 0$</p> <p>d) $2x^2 + 2y^2 - 16x + 24 = 0$</p> <p>e) $x^2 + y^2 + 6x + 10y = -30$</p>
19	<p>Halla los vértices, los focos, los puntos en los ejes, las excentricidades, y representa las elipses dadas por sus ecuaciones:</p> <p>a) $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{36} = 1$</p> <p>b) $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{100} = 1$</p> <p>c) $9x^2 + 25y^2 = 25$</p> <p>d) $9x^2 + 4y^2 = 1$</p>
20	<p>Halla las ecuaciones de las elipses determinadas de los modos siguientes:</p> <p>a) Focos $(-2, 0)$, $(2, 0)$. Longitud del eje mayor, 10.</p> <p>b) $F(-3, 0)$ y $F'(3, 0)$ y cuya excentricidad es igual a 0,5.</p> <p>c) Eje mayor sobre el eje X, 10. Pasa por el punto $(3, 3)$.</p> <p>d) Eje mayor sobre el eje Y, 2. Excentricidad, 1/2.</p>
21	<p>Halla los vértices, los focos, las excentricidades y las asíntotas, y dibuja las hipérbolas dadas por las ecuaciones:</p> <p>a) $\frac{x^2}{100} - \frac{y^2}{36} = 1$</p> <p>b) $\frac{9x^2}{16} - y^2 = 1$</p> <p>c) $x^2 - 4y^2 = 1$</p> <p>d) $x^2 - 4y^2 = 4$</p>

22	<p>Halla los vértices, los focos y las directrices de las siguientes parábolas, y represéntalas:</p> <p>a) $y^2 = 6x$ b) $y^2 = -6x$</p> <p>c) $y = x^2$ d) $y = \frac{x^2}{4}$</p> <p>e) $y^2 = 4(x - 1)$ f) $(y - 2)^2 = 8x$</p> <p>g) $x^2 = 4(y + 1)$ h) $(x - 2)^2 = -6y$</p>
23	Obtén la ecuación de la mediatriz del segmento de extremos $A(2, 3)$ y $B(4, 1)$.
24	Halla la ecuación de las bisectrices de los ángulos formados por las rectas $r_1: x + 3y - 1 = 0$ y $r_2: 3x - y + 4 = 0$.
25	<p>Obtén el lugar geométrico de los puntos, P, del plano tales que:</p> $\frac{\text{dist}(P, A)}{\text{dist}(P, r)} = 2, \text{ siendo } A(1,0) \text{ y } r: y = 4$
26	Halla el punto simétrico A' , del punto $A(3, 2)$, respecto de la recta $r \equiv 2x + y - 12 = 0$.
27	Dados los puntos $\bar{M} = (2, 2)$ y $\bar{N} = (5, -2)$. Hallar en el eje de abscisas un punto \bar{P} de modo que en el ángulo \widehat{MPN} sea recto.
28	Un segmento rectilíneo de longitud 4 se mueve de tal manera que uno de los puntos extremos permanece siempre sobre el eje X y el otro permanece siempre sobre el eje Y . Hallar la ecuación del lugar geométrico del punto medio del segmento.
29	¿Para qué valor de h estará el punto $P = (h, -3)$ en la recta determinada por $\bar{A} = (1, -1)$ y $\bar{B} = (4, 7)$?
30	Halla la ecuación de la circunferencia concéntrica con $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ y tangente a la recta $x - 3y + 2 = 0$.
31	Dados los puntos $A(2, -4)$ y $B(11, 2)$, hallar los puntos que dividen al segmento que los une en 3 partes iguales.
32	<p>a) Escribe la ecuación de la recta, r, que pasa por los puntos $(0, -2)$ y $(-1, -5)$.</p> <p>b) Obtén la ecuación de la recta, s, que pasa por $(4, 0)$ y tiene pendiente -2.</p> <p>c) Halla el punto de intersección de las rectas r y s.</p>
33	Calcula la circunferencia que pasa por los puntos $P_1 = (2, 4)$, $P_2 = (6, 2)$ y $P_3 = (-1, 3)$.
34	<p>Dada la recta l cuya ecuación en su forma general viene dada por: $3x + 4y - 5 = 0$. Determinar:</p> <p>a) La ecuación de la recta que pasa por el punto $P(1, 2)$ y es paralela a l.</p> <p>b) La ecuación de la recta que pasa por el punto $P(1, 2)$ y es perpendicular a l.</p>

35	Calcular la altura del vértice A de un triángulo de vértices $A(-3, 0)$, $B(0, 0)$ y $C(6, 8)$.
36	La recta L, pasa por el punto $R(-2, 3)$ y por la intersección de las rectas: $L1 : x + 5y + 2 = 0 \wedge L2 : 3x + 4y - 5 = 0$. Hallar la ecuación de la recta L.
37	Dada la recta "r" que pasa por los puntos $A(2,1)$ y $B(1,-3)$. Calcula: a) Ecuaciones paramétricas de la recta "r". b) Ecuaciones general y punto-pendiente de la recta "t", paralela a "r" que pasa por el punto $(-1,2)$. c) Ecuación continua de la recta "s" perpendicular a "r" que pasa por el punto $(0,3)$. d) Comprueba si el punto $(-1,1)$ pertenece a la recta "r".
38	Estudia la posición relativa de las siguientes rectas, en caso de que sean secantes calcula el ángulo que forman. a) r: $\begin{cases} x = 2 + 3\lambda \\ y = 1 - \lambda \end{cases}$ s: $x + 3y + 3 = 0$ b) r: $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{2}$ s: $3x + 2y = 21$
39	Un triángulo tiene por vértices los puntos $A(-1,-1)$, $B(2,2)$ y $C(3,1)$. a) Halla su área b) Calcula qué ángulo forma el lado AB con el eje OX c) Halla la ecuación de la mediana que pasa por el vértice C.
40	Un triángulo isósceles ABC tiene como vértices del lado desigual los puntos $A(3, 1)$ y $B(6, 3)$, y el tercer vértice C se encuentra en la recta cuya ecuación es $y = x + 5$. Halla: a) Las coordenadas de C . b) La altura del triángulo correspondiente al lado AB . c) El área del triángulo.
41	Un triángulo tiene como vértices $A(0,0)$, $B(4,0)$ y $C(0,6)$. Calcula: a) las mediatrices y el circuncentro; b) las medianas y el baricentro; c) las alturas y el ortocentro.

Es muy importante que también hagáis los ejercicios resueltos del libro correspondientes a los temas de geometría.

Ejercicios importantes también son:

27, 35 pág. 130

37, 41, 42, 43, 44 pág. 131

68, 69, 70, 73, 78, 79 pág. 133

104 pág. 135

Soluciones:

1	(a) 22 (b) 29 (c) (-15,-6) (d) (20,30)
2	(a) $k = -10$ (b) $k = \pm 3$
3	$\vec{v} \left(\frac{-1}{4}, \frac{3}{4} \right)$
4	(b) 2 (b) -2 (c) 2 (d) -4
5	
6	$(5,2) = 2(1,2) + 1(3,-2)$
7	$P \left(-1, \frac{14}{3} \right)$
8	Están alineados.
9	$K = -5/3$
10	(a) Coincidentes (b) Secantes con punto de corte (-2,7)
11	(a) 0'55 (b) 3'71 (c) 4'11 (d) 1'94
12	$\frac{9\sqrt{5}}{10}$
13	(a) 45 (b) 90 (c) 45 (d) $63^\circ 26' 5,82''$
14	(a) $5x - 7y - 18 = 0$ (b) $x - 3y - 2 = 0$ (c) $5x - 7y - 6 = 0$
15	$P' \left(\frac{-4}{5}, \frac{8}{5} \right)$
16	$P(8, 8)$
17	$P_1 \left(\frac{1}{8}, \frac{15}{8} \right)$ $P_2 \left(\frac{5}{4}, \frac{3}{4} \right)$
18	(a) Es una circunferencia de centro (4, -1) y radio $\sqrt{7}$. (b) No es circunferencia (c) No es circunferencia (d) Es una circunferencia de centro (4, 0) y radio $\sqrt{4} = 2$. (e) Es una circunferencia de centro (-3, -5) y radio 2.

19	(a)	(b)
	<p>a) Vértices: (10, 0); (-10, 0); (0, 6) y (0, -6).</p> <p>Focos: $c = \sqrt{100 - 36} = 8$</p> <p>$F(8, 0)$ y $F'(-8, 0)$</p> <p>Excentricidad: $exc = \frac{8}{10} = 0,8$</p>	<p>Vértices: (8, 0); (-8, 0); (0, 10) y (0, -10).</p> <p>Focos: $c = \sqrt{100 - 64} = \sqrt{36} = 6$</p> <p>$F(0, 6)$ y $F'(0, -6)$</p> <p>Excentricidad: $exc = \frac{6}{10} = 0,6$</p>
	(c)	(d)
	<p>Vértices: $(\frac{5}{3}, 0)$; $(-\frac{5}{3}, 0)$; (0, 1) y (0, -1).</p> <p>Focos: $c = \sqrt{\frac{25}{9} - 1} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$</p> <p>$F(\frac{4}{3}, 0)$ y $F'(-\frac{4}{3}, 0)$</p> <p>Excentricidad: $exc = \frac{4/3}{5/3} = \frac{4}{5} = 0,8$</p>	<p>Vértices: $(\frac{1}{3}, 0)$; $(-\frac{1}{3}, 0)$; $(0, \frac{1}{2})$ y $(0, -\frac{1}{2})$.</p> <p>Focos: $c = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \sqrt{\frac{5}{36}} = \frac{\sqrt{5}}{6}$</p> <p>$F(0, \frac{\sqrt{5}}{6})$ y $F'(0, -\frac{\sqrt{5}}{6})$</p>
20	(a)	(b)
	$\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$	$\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{27} = 1$
	(c)	(d)
$\frac{x^2}{25} + \frac{16y^2}{225} = 1$	$\frac{4x^2}{3} + y^2 = 1$	
21	(a)	(b)
	<p>Vértices: (10, 0) y (-10, 0).</p> <p>Focos: $F(2\sqrt{34}, 0)$ y $F'(-2\sqrt{34}, 0)$</p> <p>Asíntotas: $y = \frac{3}{5}x$; $y = -\frac{3}{5}x$</p>	<p>Focos: $F(\frac{5}{3}, 0)$ y $F'(-\frac{5}{3}, 0)$</p> <p>Vértices: $(\frac{4}{3}, 0)$ y $(-\frac{4}{3}, 0)$.</p> <p>Asíntotas: $y = \frac{3}{4}x$; $y = -\frac{3}{4}x$</p>
	(c)	(d)
	<p>Vértices: (1, 0) y (-1, 0).</p> <p>Focos: $F(\frac{\sqrt{5}}{2}, 0)$ y $F'(-\frac{\sqrt{5}}{2}, 0)$</p> <p>Asíntotas: $y = \frac{1}{2}x$; $y = -\frac{1}{2}x$</p>	<p>Vértices: (2, 0) y (-2, 0).</p> <p>Focos: $F(\sqrt{5}, 0)$ y $F'(-\sqrt{5}, 0)$</p> <p>Asíntotas: $y = \frac{1}{2}x$; $y = -\frac{1}{2}x$</p>
22	(a)	(b)

	Vértice: (0, 0) Foco: $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$ Directriz: $x = -\frac{3}{2}$	Vértice: (0, 0) Foco: $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ Directriz: $x = \frac{3}{2}$
	(c) Vértice: (0, 0) Foco: $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ Directriz: $y = -\frac{1}{4}$	(d) Vértice: (0, 0) Foco: (0, 1) Directriz: $y = -1$
	(e) Vértice: (1, 0) Foco: (2, 0) Directriz: $x = 0$	(f) Vértice: (0, 2) Foco: (2, 2) Directriz: $x = -2$
	(g) Vértice: (0, -1) Foco: (0, 0) Directriz: $y = -2$	(h) Vértice: (2, 0) Foco: $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ Directriz: $y = \frac{3}{2}$

23	$x - y - 1 = 0$
24	$2x - 4y + 5 = 0$ $4x + 2y + 3 = 0$
25	$x^2 - 3y^2 - 2x + 32y - 63 = 0$
26	$\left(\frac{31}{5}, \frac{18}{5}\right)$
27	$\overline{P_1} = (6, 0); \overline{P_2} = (1, 0)$
28	El lugar geométrico es una circunferencia de centro (0,0) y de radio 4.
29	$h = 1/4$
30	$10x^2 + 10y^2 - 20x + 40y - 31 = 0$
31	$P(5, -2)$ y $Q(8, 0)$.
32	(a) $3x - y - 2 = 0$ (b) $y = -2x + 8$ (c) (2, 4)
33	$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$.
34	(a) $3x + 4y - 11 = 0$ (b) $3x + 4y - 11 = 0$
35	12/5

36	$L : 4x + 5y - 7 = 0$
37	a) $x=2-\hat{e}$, $y=1-4\hat{e}$; b) $4x-y+6=0$; $y-2=4(x+1)$; c) $x/4=(y-3)/-1$; d) No
38	a) Paralelas; b) secantes, $\hat{\alpha} = 90^\circ$
39	a) $A = 3u^2$; b) 45° ; c) $x-5y+2=0$
40	a) $C(3/2, 13/2)$; b) $h = 3\sqrt{13}/2$; c) $\text{area} = 39/4u^2$.
41	a) $x = 2$; $y = 3$; $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$; $(2, 3)$. b) $y = -3x + 6$; $y = -\frac{3}{4}x + 3$; $y = \frac{3}{2}x$; $(4/3, 2)$. c) $x = 0$; $y = 0$; $y = \frac{2}{3}x$; $(0, 0)$;