

Lógica.

Filosofía I

“En India un vendedor de sombreros, al despertarse de la siesta a la sombra de un árbol, se encontró con que unos monos habían cogido todos sus sombreros y los habían subido a lo alto del árbol. Enrabiado, se quitó el sombrero que aún le quedaba y lo tiró al suelo. Inmediatamente, los monos, que tanta tendencia tienen a la imitación, arrojaron al suelo los sombreros que habían subido al árbol; de este modo, el vendedor pudo recuperar sus sombreros.

Medio siglo después, el nieto de aquel vendedor de sombreros, colocó su mercancía debajo de aquel mismo árbol mientras dormía la siesta. Al despertar, los monos habían subido los sombreros a la copa del árbol. Entonces, el nieto se acordó de su abuelo y arrojó al suelo el único sombrero que le quedaba. Pero, ahora, ningún mono arrojó los sombreros; sólo uno de ellos bajo del árbol, recogió el sombrero tirado por el vendedor y se lo llevó al árbol mientras le decía al vendedor de sombreros: *¿Crees que los demás no hemos tenido abuelo?*”.



PARA UNA DEFINICIÓN DEL CONCEPTO DE “LÓGICA”

Para ofrecer una definición correcta del concepto formal de “lógica”, hemos de considerar, primero, el uso que el término recibe habitualmente. Y este uso es, en realidad, triple, pues el lenguaje se refiere recargada, técnica y profanamente a dicho concepto:

- a) El uso recargado del concepto de “Lógica” no tiene otro propósito que sobredimensionar su campo de acción; es decir, la lógica ya no se ocuparía sólo del aspecto formal del razonamiento, sino de su implicación ontológica. La lógica se extendería, pues, hasta el terreno donde buscar las raíces de la realidad.
- b) El uso profano del término es el uso al que aludimos en expresiones como éstas: “la lógica de este régimen político...”, “la lógica de nuestra empresa es ...”. En todas estas acepciones, “lógica” se convierte en sinónimo de estrategia, método, conjunto de presupuestos, etc.
- c) Por fin, el uso técnico de la palabra “lógica” hace referencia a su expresión como “lógica formal”. Este es el significado que vamos a analizar a continuación.

Así, una primera definición de la lógica, desde su comprensión como tarea formal, la hallaría como ciencia que estudia las leyes del razonamiento correcto o válido; una validez que habrá de ser estipulada bajo el criterio de la **no – contradicción**. De esta manera, el criterio de verdad de las proposiciones lógicas (su validez) no puede ser otro distinto al de su coherencia formal: un razonamiento resulta formalmente correcto cuando no encierra contradicción, es decir, cuando su esquema de inferencia resulta coherente en su forma, independientemente de cuál sea su contenido.

Sin embargo, si queremos avanzar hacia una definición más ajustada del concepto de “lógica”, hemos de acudir a la lectura de la obra de Alfredo Deaño, *Introducción a la lógica formal*. En esta obra se dice de la lógica que es la ciencia de los principios de la validez formal de la inferencia: por inferencia hemos de entender el razonamiento o argumentación expresado formalmente; por validez formal hemos de referirnos, como ya hemos expresado anteriormente, al criterio de no - contradicción o coherencia; por último, en cuanto ciencia, la lógica es una ciencia formal, esto es, deductiva, y, en cuanto tal, comprende un sistema de enunciados.

En resumen, la lógica es la teoría formal del razonamiento, el estudio de la argumentación formalmente válida, la ciencia de la inferencia deductiva.



Inferencia

- Qué es inferir
- Rasgos principales de la inferencia
- Del uso de la inferencia en sentido lógico
- ¿Cuándo una inferencia es válida?

INFERIR significa:

- *deducir algo de algo por cualquier razonamiento*
- *Conjeturar, suponer o llegar al conocimiento de una cosa por la existencia de otra*

Rasgos principales de la inferencia:

- a) una inferencia es una acción o proceso de razonamiento llevado a cabo por una persona
- b) la inferencia es una forma de adquirir algún conocimiento o nueva información a partir de datos, noticias o creencias
- c) cualquier persona que quiera afrontar inteligentemente una situación tendrá que recurrir a la inferencia

Inferencia en sentido lógico:

“Se infiere” significa “se sigue lógicamente”. Así, “inferencia” es lo mismo que “implicación lógica”.

Por ejemplo:

De las premisas **p** (*Luis va al cine*) y **q** (*si Luis va al cine, entonces me compraré un piano*), se sigue **q** (*me compraré un piano*).

A esta relación lógica se le conoce con el nombre de MODUS PONENS. Se trata de una **regla de inferencia. Su formulación es la siguiente:**

$$\frac{p \quad p \longrightarrow q}{q}$$

Por tanto, en su uso lógico, la inferencia ya no es una acción o proceso intencional de razonamiento, sino una relación lógica necesaria entre proposiciones.

¿Cuándo una inferencia es válida?

Desde un punto de vista común, de la inferencia se puede decir si es correcta o no; en cambio, desde el plano lógico, lo único que podemos pedir a la inferencia es que sea válida. Por tanto, hay que distinguir entre validez (como validez lógica) y corrección (como adecuación intencional).

¿Cuándo una inferencia es válida? Cuando la conclusión está contenida en las premisas.

Pero, en ese caso, la conclusión no es diferente de las premisas, es decir, es únicamente tautológica, no añade nada que no estuviera contenido en las premisas. Por tanto, es inútil.

Así pues, la inferencia no puede ser válida y útil al mismo tiempo.



Las principales leyes de la lógica proposicional son las siguientes:

∧	Simplificación (S)		Conjunción (C)	
	$\frac{A \wedge B}{A} \quad \frac{A \wedge B}{B}$		$\frac{A}{A \wedge B} \quad \frac{B}{A \wedge B}$	
∨	Silogismo disyuntivo (SD)		Adición (A)	
	$\frac{A \vee B \quad \neg B}{A} \quad \frac{A \vee B \quad \neg A}{B}$		$\frac{A}{A \vee B}$	
→	Modus tollens (MT)		Modus ponens (MP)	
	$\frac{A \rightarrow B \quad \neg B}{\neg A}$		$\frac{A \rightarrow B \quad A}{B}$	
↔	Doble negación (DN)		Ley de Morgan (DM)	
	$\frac{A}{\neg \neg A} \quad \frac{\neg \neg A}{A}$		$\frac{\neg (A \vee B)}{\neg A \wedge \neg B}$	
↔	Introducción del bicondicional (IB)		Eliminación del bicondicional (EB)	
	$\frac{(A \rightarrow B) \quad (B \rightarrow A)}{A \leftrightarrow B}$		$\frac{A \leftrightarrow B}{(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)}$	
	Dilema	Dilema constructivo	Dilema destructivo	
	$\frac{A \vee B \quad A \rightarrow C \quad B \rightarrow C}{C}$	$\frac{A \vee B \quad A \rightarrow C \quad B \rightarrow D}{C \vee D}$	$\frac{\neg A \vee \neg B \quad C \rightarrow A \quad D \rightarrow B}{\neg C \vee \neg D}$	



LAS “TABLAS DE VERDAD”

Mediante las tablas de verdad puede comprobarse el valor de verdad de una fórmula lógica. Las “*tablas de verdad*” son un algoritmo, esto es, un cálculo válido para determinar el valor de verdad de una fórmula. Por medio de las tablas de verdad podemos averiguar, pues, la validez formal de una proposición; validez que puede expresarse tautológica, indeterminada y contradictoriamente.

TAUTOLOGÍA

El término “tautología”, acuñado por Wittgenstein, hace referencia a aquellas proposiciones que son verdaderas en todos los casos; así pues, una tautología es una fórmula (o proposición) que es siempre verdadera, sean cuales sean los valores de verdad de sus componentes.

CONTRADICCIÓN

En cambio, una fórmula es contradictoria cuando es siempre falsa, sean cuales sean los valores de verdad de sus componentes; por tanto, la proposición está sometida a contradicción cuando es falsa en todos los casos.

INDETERMINACIÓN

Por último, de una fórmula se dice indeterminada en el caso en que permita interpretaciones verdaderas y falsas; es decir, una fórmula es verdadera cuando es en unos casos verdadera y en otros casos falsa, en función de los valores de verdad que en cada caso se asignen a sus componentes.

Para construir las tablas de verdad hemos de tener en cuenta lo siguiente:

- i) el número de variables atómicas que integran la fórmula (p, q, r, etc.)
- ii) el número de combinaciones posibles para esas variables: el número de filas de que consta una tabla de verdad se construye a partir de la siguiente expresión matemática 2^n (2 significa los valores de verdad que podemos ofrecer a las variables que, como ya sabemos, son sólo dos: verdadero y falso; n hace referencia al número de variables de que consta la fórmula)
- iii) para indicar el valor de verdad correspondiente podemos indicar esta simbología: VERDADERO = V ó 1 FALSO = F ó 0

tabla de verdad de la disyunción

p	q	p v q
1	0	1
0	1	1
1	1	1
0	0	0



tabla de verdad de la conjunción

p	q	$p \wedge q$
1	0	0
0	1	0
1	1	1
0	0	0

tabla de verdad del condicional

p	q	$p \rightarrow q$
1	0	0
0	1	1
1	1	1
0	0	1

tabla de verdad del bicondicional

p	q	$p \leftrightarrow q$
1	0	0
0	1	0
1	1	1
0	0	1

tabla de verdad de la negación

p	$\neg p$
0	1
1	0



EL SILOGISMO

Hace más de veinticinco siglos, Aristóteles concibió la forma del razonamiento deductivo basado en enunciados¹. De proposiciones a modo de *premisas* (dos) habría que concluir una tercera, distinta de las premisas precedentes, llamada *conclusión*. Este esquema de inferencia (razonamiento deductivo) recibió el nombre de **silogismo**.

Por tanto, el silogismo es un esquema de inferencia que consta de dos premisas y de una conclusión cuyo enunciado es distinto a los de las premisas.

El silogismo categórico aristotélico procede deductivamente de lo más general o universal a lo menos general o particular.

El silogismo categórico consta de los siguientes elementos:

a) **términos** : son las unidades de significado de que se compone el silogismo. Podemos distinguir tres términos:

T. medio = el que se repite en las dos premisas pero no aparece en la conclusión (M)

T. mayor = el predicado de la conclusión (P)

T. menor = el sujeto de la conclusión (S)

b) **proposiciones**: son los enunciados, dos premisas y una conclusión, de los que consta el silogismo.

Premisa mayor = aquella que en su enunciación posee el término mayor

Premisa menor = aquella que en su enunciación posee el término menor

Conclusión = el consecuente necesario, categórico, de la deducción de las premisas anteriores

Todas las ballenas (M) son mamíferos (P)	M-P Premisa mayor
Moby Dick (S) es una ballena (M)	S-M Premisa menor
(luego) Moby Dick (S) es un mamífero (P)	S-P Conclusión

Para que un silogismo categórico sea válido debe someterse a determinadas **reglas**:

- A) *Para los términos*:
1. No puede haber más de tres términos
 2. los términos no pueden tener mayor extensión en la conclusión que en las premisas
 3. El término medio no debe entrar a formar parte de la conclusión

¹ Para Aristóteles, un enunciado es la expresión verbal de un *juicio*; un juicio es un pensamiento en el que se afirma o niega algo. Todo enunciado constará de: un **sujeto**, un **predicado**, el cual expresa una cualidad o esencia del sujeto, y una **cópula** (verbo SER) que los une. A este tipo de enunciados se les llama *categóricos*, porque refieren su predicado según el punto de vista de la comprensión o connotación y un solo predicado es atribuido a un solo sujeto. Los enunciados categóricos se dividen en universales y particulares, si atendemos a su cantidad, y en afirmativos o negativos, si atendemos a su cualidad.



4. El término medio ha de estar distribuido² en una - y solamente en una - de las premisas
5. Tanto el término mayor como el menor han de estar distribuidos en la conclusión si están distribuidos en las premisas y no han de estar distribuidos en la conclusión si no lo están en las premisas

- B) *Para las proposiciones:*
1. De dos premisas afirmativas, la conclusión es afirmativa
 2. De dos premisas negativas nada se sigue
 3. De dos premisas particulares nada se sigue
 4. Si una premisa es particular, la conclusión será particular
 5. Si una premisa es negativa, la conclusión será negativa

La observación de estas reglas lleva consigo la presunción de una serie de principios fundamentales en todo silogismo categórico, a saber:

- i) **Principio de identidad:** dos cosas iguales a una tercera son iguales entre sí
- ii) **Principio de discrepancia:** dos cosas, una de las cuales es idéntica a una tercera y la otra no, son distintas entre sí
- iii) **Principio “dictum de omni, dicitur de singulis”³**
- iv) **Principio “dictum de nullo, negatur de singulis”⁴**

Actividades

I. Formalice los siguientes silogismos, indicando su validez:

1. Todos los puertos pequeños son agradables
Porcillán es un puerto pequeño
(luego) Porcillán es agradable
2. Todos los humanos son mortales
Todos los psicólogos son humanos
Todos los psicólogos son mortales
3. Todos los artistas son imaginativos
Algunos poetas son artistas
Algunos poetas son imaginativos
4. Todos los músicos son artistas
Ningún hipopótamo es artista
Ningún hipopótamo es músico
5. Todos los revolucionarios usan uniforme
Mussolini no usaba uniforme
Mussolini no era revolucionario

² Se dice que un término está distribuido cuando en la proposición se hace referencia a todos los individuos de la clase correspondiente; en caso contrario, se dice del término que no está distribuido. Así, el sujeto de la proposición estará distribuido en las proposiciones universales, pero no en las particulares. De igual manera, el predicado de la proposición estará distribuido en las proposiciones negativas, aunque no en las afirmativas. La distribución del sujeto depende de la cantidad, mientras que la del predicado depende de la cualidad.

³ “Todo lo que se dice del universal hay que decirlo de cada individuo”

⁴ “todo lo que se niega del universal hay que negarlo de cada individuo”



6. El hombre es vertebrado
El gato no es hombre
Luego el gato no es vertebrado
7. Los loros hablan
Algunas aves son loros
Luego las aves hablan

II. Construya silogismos para las siguientes figuras:

- | | | | |
|--------|-----|-----|-----|
| 1. M-P | P-M | M-P | P-M |
| S-M | S-M | M-S | M-S |
| S-P | S-P | S-P | S-P |

III. Los siguientes silogismos no son válidos. Indicar por qué:

8. Todos los mortales son humanos
Todos los humanos son psicólogos
Todos los psicólogos son mortales
9. Los lápices son para escribir
Las plumas son para escribir
Las plumas son lápices
10. Todos los psicólogos conductistas son partidarios del psicoanálisis
Watson era partidario del psicoanálisis
Watson era partidario del conductismo



El razonamiento lógico

A

Las hijas del Profesor Wanda

Dirk habla con Wanda, su antiguo profesor y le pregunta por sus hijas.

Dirk.- ¿Cuántas hijas tiene?

Wanda.- tres hijas preciosas

Dirk.- ¿qué edades tienen?

Wanda.- Tú eres un buen lógico. Debes ser capaz de descubrirlo. El producto de sus edades es 36 y la suma de esas edades es la misma que el número de la casa en que vivías en Pamplona.

Dirk.- No me ha dado suficiente información.

Wanda.- Tienes razón. Mi hija mayor toca el piano.

Dirk.- Ahora ya sé sus edades

Explicación

Habría que descomponer 36 en su producto pues el problema indica la existencia del producto de 36.

$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

O también: $36 = 6 \cdot 6$, es decir, $(3 \cdot 2) \cdot (3 \cdot 2)$

Pero también: $36 = 4 \cdot 3^2$ ó $6^2 \cdot 1$

Sin embargo, se alude a una hija mayor y no se menciona la existencia de hijas con una misma edad, es decir, gemelas, luego habrá de deducirse que el producto de sus edades está compuesto por números diferentes.

Por tanto, las edades son 6, 3 y 2 respectivamente.

Solución

La hija mayor tiene 6 años, la siguiente 3 y la más pequeña tiene 2 años.

B



¿Quién es el asesino?

Un juez de prestigio llamado Absalón, muy aficionado a la lógica, se halla inmerso en un caso en el que ha de dirimir sobre un asesinato.

Interroga a cuatro sospechosos, quienes le dijeron lo siguiente:

Isaac.- ha sido Simón

Simón.- ha sido David

Abel.- yo no he sido; soy un buen hombre

David.- Simón miente cuando dice que he sido yo

Teniendo en cuenta que sólo uno de los encausados dice la verdad, ¿a quién habrá de condenar el juez Absalón? Por otra parte, si sólo una de las declaraciones fuese falsa, ¿quién sería el culpable de asesinato?

1. *Si tomamos en consideración que sólo una de las declaraciones es cierta, entonces el resto son falsas (recuérdese que en lógica sólo existen dos valores: verdadero o falso). Pues bien,*

Si lo que dice Isaac es verdadero, entonces todos los demás mentirán. Pero, si es así, entonces David estaría diciendo realmente que no es verdad que Simón mienta y, en ese caso, sería David el culpable, según dice Simón; además, como también mentiría Abel – puesto que sólo una declaración es verdadera y hemos presupuesto que esa declaración es la de Isaac- entonces el propio Abel estaría confesando su culpabilidad: no es verdad que Abel no haya sido, luego ha sido.

Por tanto, hallaríamos más de una contradicción al considerar que lo que dice Isaac es verdadero, porque tendríamos como culpables a Simón (por boca de Isaac), a David (por boca de Simón) y a Abel (por su propia boca). No es posible, pues, sin entrar en contradicción, considerar la proposición de Isaac como verdadera.

Si es Simón quien dice la verdad, entonces inmediatamente el culpable es David, pero Abel seguiría declarándose como culpable, pues diría que no es verdad que yo no haya sido. Recordemos que sólo uno puede decir la verdad, luego todas las demás declaraciones han de ser falsas. De nuevo, hallamos contradicción, ya que tenemos como culpables a David y a Abel.

Si fuese Abel el único que dijese la verdad, entonces Isaac mentiría, con lo que el culpable no sería Simón; pero Simón también mentiría, luego no habría sido David, pero como David también estaría mintiendo, entonces Simón estaría, a la vez, diciendo la verdad, lo cual sería de nuevo, una contradicción, por la que David aparecería como inocente y culpable al mismo tiempo, y Simón diría verdad y falsedad (una cosa y su contrario) al mismo tiempo.

Luego tampoco es posible tomar la declaración de Abel como verdadera.

Por último, si fuese David quien dijese la verdad, entonces todos los demás estarían mintiendo. Así, el propio David quedaría inmediatamente exculpado, puesto que sería falsa la declaración de Simón, pero también Simón quedaría exculpado, ya que sería falsa la declaración de Isaac. Sin embargo, Abel seguiría culpándose a sí mismo, pues no es verdad que yo no haya sido, diría realmente Abel.

Por tanto, considerando todas las argumentaciones anteriores y evitando entrar en contradicción (uno de los principios lógicos

2.Si consideramos, en cambio, que sólo una declaración es falsa, entonces estamos validando todas las demás

(recuérdese: en lógica sólo existen dos valores: verdadero o falso). Así pues,

Si es Isaac quien miente, entonces Simón habrá de quedar exculpado. Abel dice la verdad y él no ha sido el asesino. Pero o bien Simón o bien David también mienten, puesto que Simón acusa a David y éste



acusa a Simón de mentir. Y recordemos que sólo una declaración es falsa y ésta es la de Isaac. Por tanto, tendremos más de una declaración falsa, lo cual contradecía la premisa general de la que partíamos, a saber: sólo una declaración es falsa, luego todas las demás han de ser necesariamente verdaderas. Así pues, no puede ser Isaac quien mienta.

Si fuese Abel quien estuviera mintiendo, entonces estaría culpándose a sí mismo en realidad. Pero, al mismo tiempo, bien Simón, bien David, mentirían también, por la misma razón anterior. Y por la misma razón anterior (sólo una es falsa) no podríamos validar este argumento, pues estaríamos considerando como falsa más de una declaración. Tendríamos, así, más de un culpable: Abel y David o Simón. Isaac podría estar diciendo la verdad y, por tanto, el culpable sería Simón, pero también Abel sería culpable, pues estaría mintiendo.

Si fuese David quien mintiera, entonces nos estaría diciendo que Simón dice la verdad. Abel también diría la verdad. Pero Isaac, en cambio, mentiría, lo cual entraría en contradicción con lo que dice Simón, pues sabemos que Simón necesariamente dice la verdad ya que sólo hay una declaración falsa y ésta corresponde a David. Por tanto, mentirían David e Isaac, lo cual invalidaría el argumento, pues sólo podía existir una declaración falsa.

Por tanto, sólo cabe la posibilidad de que sea falsa la declaración de Simón y que, por tanto, sea verdad lo que dice David (Simón miente). Así, el propio David quedaría exculpado, pues el mentiroso Simón decía que David era el culpable. Por su parte, Abel estaría diciendo la verdad. También Isaac diría la verdad (recordemos que sólo una declaración es falsa y se la hemos atribuido a Simón) y, entonces, el culpable es Simón.

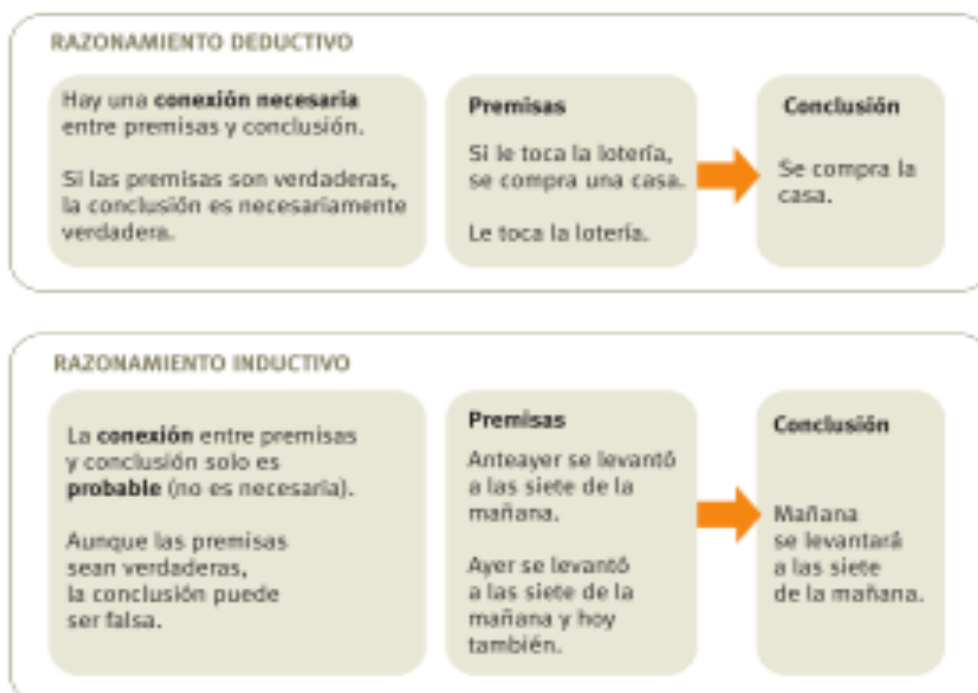
Por tanto, considerando todos los argumentos anteriores, y en caso de que sólo exista una declaración falsa, habría que



1.1 Tipos de argumentación

Como se ha explicado anteriormente, una argumentación o razonamiento se compone de dos elementos: premisas y conclusión. Según el vínculo que exista entre ambos elementos, se distinguen **dos tipos** de razonamientos:

- **Argumentación deductiva.** Es aquella en la que la conclusión se sigue **necesariamente** de las premisas. En estos razonamientos, si las premisas son verdaderas, se obtiene una conclusión verdadera. Un tipo de razonamiento deductivo consiste en partir de una premisa general («todos somos mortales») y derivar como conclusión enunciados particulares («yo soy mortal»). Si el enunciado general es verdadero, también lo serán los enunciados particulares. Existen otros tipos de argumentación deductiva, como la leyes lógicas que se estudiarán en el apartado 2.3.
- **Argumentación inductiva.** En este tipo de argumentaciones, la conclusión no se sigue de forma necesaria de las premisas, sino de forma probable. Las premisas hacen que la conclusión sea **probablemente** verdadera, pero no aseguran que esto sea así. Un tipo de razonamiento inductivo consiste en pasar de premisas particulares a una afirmación universal. Aunque los enunciados particulares sean verdaderos, el enunciado general no tiene por qué serlo.



¿Qué es formalizar?

“A la lógica no le basta con disponer de un vocabulario artificial. Le es necesario además, y sobre todo, contar con una sintaxis artificial. Le es necesaria la formalización. **Formalizar un lenguaje es trazar - en el correspondiente metalenguaje, por supuesto- su estructura, su sintaxis [...]** **La lógica es, por consiguiente, un saber formalizado acerca de los principios formales del razonamiento”.**

Alfredo Deaño: *Introducción a la lógica formal* (pág. 45)

Formalización del siguiente texto:

Ni copiará ni se fingirá enfermo. Si se presenta, tendrá que copiar o fingirse enfermo. Si no se presenta, lo suspenderán. Luego lo suspenderán.

$$\begin{array}{c}
 \neg p \wedge \neg q \\
 r \rightarrow (p \vee q) \\
 \neg r \rightarrow s \\
 \hline
 s
 \end{array}$$

Formalizar y demostrar

- Si fueras un mandarín de la China, vivirías con lujo y no tendrías que trabajar. Si vivieses de esa manera, te distraerías haciendo viajes alrededor del mundo o alimentando a los faisanes de tu majestuoso palacio. Como no es el caso que te distraigas con tales cosas, deduzco entonces que no eres un mandarín de la China.
- Si se respetan los derechos humanos entonces Morgan salvará el pellejo. Si Morgan salva el pellejo, podrá decirme dónde guardó el botín. Si me lo dice, o lo hallo intacto o Spencer se me habrá adelantado. Si Spencer se me ha adelantado, volveré a mi antiguo trabajo de encantador de serpientes. Supongamos que se respetan los derechos humanos y que no hallo intacto el botín... así que, ya me estoy viendo de nuevo encantando serpientes.



- c) “O debemos filosofar o no debemos hacerlo. Si debemos hacerlo, entonces debemos hacerlo. Si no debemos hacerlo, entonces también debemos hacerlo. Luego, en cualquier caso, debemos filosofar” (Aristóteles: *Protréptico*)
- d) “Qué importa morir si no pasan, y si pasan, qué importa morir” (1937, miliciano de Asturias)
- e) Si san Pablo era monoteísta, entonces Sócrates y Yantipa no contrajeron matrimonio por el rito ortodoxo griego. Es así que Sócrates y Yantipa no contrajeron matrimonio por el rito ortodoxo griego. Luego san Pablo era monoteísta.
- f) Si Richard Strauss compuso *Metamorfosis*, entonces Mahler es autor de *El buque fantasma*. Es así que Richard Strauss no compuso *Metamorfosis*. Luego Mahler es autor de *El buque fantasma*
- g) “Si pudiera haber una lógica incluso aunque no hubiera mundo, ¿cómo puede haber una lógica, dado que hay un mundo?” (Wittgenstein, Ludwig: *Tractatus lógico-Philosophicus*, 5.5521)
- h) Si la sociedad de los hombres ha de ser siempre como ahora, entonces la corrupción es eterna. Pero la corrupción no es eterna. Luego no ha de ser siempre como ahora la sociedad de los hombres. (Deaño, Alfredo: *Introducción a la lógica formal*)
- i) O se tiene dignidad o no se tiene. Si se tiene, entonces se puede vivir como un ser humano. Pero si no se tiene también se vive como humano. Luego, en cualquier caso, vivimos como humanos.
- j) Cuando de una hipótesis se sigue una contradicción, entonces podemos inferir que dicha hipótesis es falsa.
- k) Si no es cierta una conjunción entre dos términos, entonces no es cierto el primer componente de la conjunción o no es cierto el segundo
- l) Si no es verdadera una disyunción, entonces es verdadero que ni uno ni otro componente de la disyunción son verdaderos
- m) «La televisión es muy educativa. Cuando alguien la enciende, me voy a leer un libro a otro cuarto». (GROUCHO MARX)
- n) Si se tiene en cuenta que el sonido necesita de un medio para desplazarse y que además sufre fenómenos como los de interferencia, queda claro que es una onda.
- o) «He aquí un caballero que responde al tipo de hombre de medicina, pero que tiene un aire marcial. Es, por consiguiente, un médico militar, con toda evidencia. Acaba de llegar de países tropicales, porque su cara es de un fuerte color oscuro, color que no es el natural de su cutis, porque sus muñecas son blancas. Ha pasado por sufrimientos y enfermedad, como lo pregona su cara macilenta. Ha sufrido una herida en el brazo izquierdo. Lo mantiene rígido y de una manera forzada... ¿En qué



país tropical ha podido un médico del Ejército inglés pasar por duros sufrimientos y resultar herido en un brazo? Evidentemente, en Afganistán». (ARTHUR CONAN DOYLE)

- p) «O Dios quiere suprimir el mal del mundo, pero no puede (en cuyo caso es débil, y por tanto, no es Dios). O puede pero no quiere hacerlo, (en cuyo caso es malévol, y por tanto no es Dios). O ni puede ni quiere hacerlo. O bien puede y quiere hacerlo (como únicamente corresponde a un Dios): ¿de dónde proviene entonces el mal en el mundo?». (EPICURO)
- q) Si vendes la casa, obtendrás mucho dinero. Como no has obtenido mucho dinero, eso significa que no has vendido la casa.
- r) Si el número x solo es divisible por sí mismo y por la unidad, entonces es primo. El número x es divisible por sí mismo y por la unidad. En conclusión, el número x es primo.

Formalizar y demostrar la validez de la siguiente argumentación de Platón:

“Si lo uno está en movimiento, éste habrá de ser, o de movimiento sin cambio en el estado, o de alteración. No puede tratarse de un movimiento de alteración, porque entonces lo uno dejaría de ser uno. Si se tratara de lo primero, tendría que ser, o bien de rotación de lo uno sobre sí mismo en el propio lugar en que se encuentra, o bien cambio de un lugar a otro. Sin embargo, ninguna de las dos cosas ocurre.

Luego lo uno no está sujeto a ningún tipo de movimiento”.

P = lo uno está en movimiento

Q = lo uno sufre un movimiento sin cambio en el estado

R = lo uno sufre un movimiento de alteración

S = lo uno rota sobre sí mismo

T = lo uno cambia de un lugar a otro

Mostrar la validez del siguiente esquema de inferencia (por reducción al absurdo):

$p \leftrightarrow (q \vee r)$

$p \rightarrow s$

q

s

- | | |
|-----------------------------------|--------|
| 1. $p \leftrightarrow (q \vee r)$ | P |
| 2. $p \rightarrow s$ | P |
| 3. q | P |
| 4. $\neg s$ | |
| 5. $\neg p$ | MT 2-4 |



6. $\neg (q \vee r)$	RE bicond. 1-5
7. $\neg q \wedge \neg r$	R def. V 6
8. $\neg q$	E conj. 7
9. $q \wedge \neg q$	I conj. 3-8
10. $\neg \neg s$	I neg. 4-9
11. s	E neg. 10

Demostrar la validez del siguiente esquema de inferencia (por reducción al absurdo):

$(p \wedge q) \rightarrow r$
 $\neg (p \vee r) \rightarrow s$
 $p \rightarrow q$

 $\neg s \rightarrow r$

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$	
2. $\neg (p \vee r) \rightarrow s$	
3. $p \rightarrow q$	
4. $\neg (\neg s \rightarrow r)$	
5. $\neg s \wedge \neg r$	R def. Cond. 4
6. $\neg s$	E conj. 5
7. $\neg r$	E conj. 5
8. $\neg (p \wedge q)$	MT 1-7
9. $p \vee r$	MT 2-6
10. $\neg p \vee \neg q$	R. def. \wedge 8
11. $p \rightarrow \neg q$	R. def. V 10
12. p	R. segunda de inferencia de la alternativa* 7-9
13. $\neg p$	I. neg. 3-11
14. $p \wedge \neg p$	I. conj. 12-13
15. $\neg \neg (\neg s \rightarrow r)$	I. neg. 4-14
16. $(\neg s \rightarrow r)$	E. neg. 15

**** Reglas de inferencia de la alternativa:***

(primera)
 $X \vee Y$
 $\neg X$

 Y

Demostración

1. $X \vee Y$



- 2. $\neg X$
- 3. $\neg X \rightarrow Y$
- 4. Y

DEF. V 1
E. cond. 2-3

(segunda)

$X \vee Y$
 $\neg Y$

X

Demostración

- 1. $X \vee Y$
- 2. $\neg Y$
- 3. $\neg X$
- 4. $\neg X \rightarrow Y$
- 5. Y
- 6. $Y \wedge \neg Y$
- 7. $\neg \neg X$
- 8. X

DEF. V 1
E. COND. 3-4
I. CONJ. 2-5
I. NEG. 3-6
E.NEG. 7



Paradojas

Las **paradojas**, esas dificultades que aparecen en el desarrollo de la razón, “son preguntas que nos dejan suspendidos entre *demasiadas* buenas respuestas”, afirma Roy Sorensen⁵. Las paradojas funcionan a modo de advertencias de que algo no marcha bien en nuestra argumentación lógica. Las paradojas muestran la inconsistencia lógica de un enunciado.

A) ¿Qué problema Lógico es el que está presente en estas dos proposiciones antitéticas entre sí?

1. *Si una fuerza irresistible se encuentra con un objeto inamovible, el objeto se mueve.*
2. *Si una fuerza irresistible se encuentra con un objeto inamovible, el objeto inamovible no se mueve.*

Solución: se trata de una paradoja que se ha producido al aceptar como “co-posibles” los dos condicionales: desde un punto de vista lógico es posible que exista una fuerza irresistible y también que exista un objeto inamovible, pero ambas condiciones se invalidan mutuamente, pues no es posible que si existe una, exista la otra; por tanto, no son “co-posibles”.

Desde un punto de vista físico no es probable la existencia de una *fuerza irresistible* porque fuerza es reacción, es decir, existe en enfrentamiento o relación de los cuerpos entre sí. De ser irresistible tal fuerza no tendría posibilidad de afectar ni de ser afectada y, por tanto, no sería fuerza. Algo parecido sucede con el *objeto inamovible*: no es posible en el universo, un todo dinámico, un objeto que sea inamovible, pues los objetos están sometidos a fuerzas. Se podría especular que el universo entero, considerado como singularidad, no puede moverse, porque si lo hiciera tendría que salir de sí mismo, es decir, tendría que desplazarse por otro universo. Pero no hay más universo que él, pues él es todo cuanto hay.

Ahora bien, no hacen falta todas estas consideraciones relativas a la física de los cuerpos para reflexionar lógicamente sobre la cuestión inicial. Además, en lógica no cuenta el contenido de la proposición sino solo la forma de la misma. La lógica se encarga de la forma correcta de las proposiciones como cadenas de argumentos.

⁵ Sorensen, Roy: *Breve historia de la paradoja* (trad. Cast. Ed. Tusquets, 2007)



B) ¿Cómo resolver la *paradoja del mentiroso* expuesta en esta ocasión por Cicerón: “Si dices que mientes, o dices la verdad y entonces mientes o dices mentira y entonces dices la verdad”?

Solución

La solución nos la aporta Ockham: “Yo miento” no se puede entender como si fuese verdadera en el sentido de “yo miento que miento”. Precisamente porque puede sólo ser falsa no significa por sí misma ni lo falso ni lo verdadero (*Summa totius logicae*, III, III, 38). Por eso, se trata de una proposición, como diría Wittgenstein, indecible. Y lo que no es lógico no es pensable: “no podemos pensar nada ilógico”, decía Wittgenstein.

C) ¿Qué fue primero el huevo o la gallina?

Solución

El *huevo*, podremos contestar si tenemos en cuenta que toda gallina proviene de un huevo.

La *gallina*, podremos contestar si tenemos en cuenta que todo huevo proviene de una gallina.

Aristóteles decía que tal pregunta no tiene sentido porque se apoya en presuposición falsa, pues toda gallina necesariamente ha de provenir de un huevo y todo huevo de una gallina. Por tanto, según Aristóteles, ninguno puede ser primero.

No obstante, si nos fijamos en la estructura formal de la pregunta hallaremos la respuesta: *o el huevo o la gallina*, puesto que la pregunta es una disyunción; es decir, una disyunción resulta verdadera cuando alguno de sus componentes lo es. Veamos la tabla de verdad:

p	q	p ∨ q
1	0	1
0	1	1
1	1	1
0	0	0

Recordemos que 1 equivale a valor de verdad y 0 a falso, y que una proposición, desde el punto de vista lógico, sólo admite esos dos valores.



Atendiendo a la tabla de verdad también podremos aducir que las dos, pues puede tratarse de una disyunción no excluyente y puesto que los dos valores son verdaderos la disyunción como tal también lo es; pero con ello no habremos resuelto nada, simplemente desembocaremos en la misma paradoja, ya que de

$$X \vee Y$$

podemos derivar

$$\neg(\neg X \wedge \neg Y)$$

Si recurrimos a la biología también encontraremos al menos parte de la verdad lógica antes enunciada porque la prioridad del huevo es una necesidad biológica: téngase en cuenta que las especies están fijadas genéticamente, es decir, que un individuo no puede pasar a pertenecer a otra especie durante su vida, y que la reproducción no está exenta de “fallos”, esto es, de un huevo que no es exactamente de gallina puede originarse una gallina; por tanto, ha de haber un huevo, sea éste el que sea, que dé origen a la gallina.

Pero, de nuevo hemos de recordar, que en lógica no importa el contenido, solo la forma. Así pues, la solución es: *o el huevo o la gallina*.

D) Resolver el siguiente caso planteado por Cervantes:

“Digo, pues, que sobre este río estaba una puente, y al cabo della, una horca y una como casa de audiencia, en la cual de ordinario había cuatro jueces que juzgaban la ley que puso el dueño del río, de la puente y del señorío, que era de esta forma: *si alguno pasare por esta puente de una parte a otra, ha de jurar primero adónde y a qué va; y si jurare verdad, déjenle pasar; y si dijere mentira, muera por ello ahorcado en la horca que allí se muestra sin remisión alguna*. Sabida esta ley y la rigurosa condición de ella, pasaban muchos y luego en lo que juraban echaba de ver que decían verdad, y los jueces los dejaban pasar libremente. Sucedió, pues, que tomando juramento a un hombre, juró y dijo que para el juramento que hacía, que iba a morir en aquella horca que allí estaba, y no a otra cosa. Repararon los jueces en el juramento y dijeron: *si a este hombre lo dejamos pasar libremente, mintió en su juramento, y conforme a la ley, debe morir; y si le ahorcamos, él juró que iba a morir en aquella horca, y, habiendo jurado verdad, por la misma ley debe ser libre*”.

Miguel de Cervantes: *Don Quijote de la Mancha*



Dilemas

El dilema del Viajero: ¿Cuál es la decisión más racional?

Dos viajeros acaban de regresar de una isla perdida y se dan cuenta de que en el avión que los trajo de vuelta se han deteriorado los objetos que adquirieron allí.

Un representante de la compañía de seguros se muestra dispuesto a indemnizarles, pero ignora el valor de tales objetos. De preguntarles directamente a los reclamantes, estos seguramente exagerarán el valor. Así pues, la aseguradora idea el siguiente plan:

Le pide a cada uno de ellos que ponga por escrito el valor que les asigna, un número entero de euros comprendido entre 2 y 100. Los reclamantes no podrán comunicarse entre sí y, por tanto, la decisión que cada uno de ellos tome no será conocida por el otro.

Si ambos declaran el mismo número, la aseguradora aceptará que ése es el precio justo y se lo abonará íntegramente. Pero, si los números no coinciden, se ha de suponer que el verdadero valor de aquellos objetos es el menor de los dos e indemnizará a los dos reclamantes con la menor de las dos cantidades, aunque otorgará una bonificación y una penalización: la reclamación más baja se verá premiada con 2 euros adicionales, mientras que la petición más elevada será penalizada con 2 euros menos.

Así pues, si el reclamante A había solicitado 46 euros y el reclamante B había exigido 100 euros, lo que recibirá cada uno es lo siguiente: A recibirá 48 y B sólo 44.

¿Cuánto tendrán que solicitar cada uno para:

- Asegurarse que va a recibir más que el otro
- Asegurar el cobro de alguna indemnización
- Asegurar que los dos percibirán lo mismo?

¿Cuál es la decisión más racional, si racional significa:

- maximizar la cantidad de ambos
- minimizar el riesgo de pérdida, bien ganando más que el contrario o bien ganando los dos lo mismo?

El dilema del mentiroso (véase paradoja del mentiroso)



LAS FALACIAS

Las **falacias**¹ son formas argumentativas erróneas o falsas; por este motivo no deben emplearse en una discusión ya que no sirven para sustentar, las conclusiones de la argumentación. A pesar de esto, se emplean con asiduidad porque pueden ser muy efectivas. Saber que son argumentos inválidos es muy importante para razonar mejor y para impedir que otros defiendan sus tesis con razones inválidas.

Falacia de la afirmación del consecuente

Dado un condicional y la afirmación del consecuente, se deduce la afirmación del antecedente; $(A \rightarrow B) \wedge B \rightarrow A$.

Se emplea por su semejanza con el *modus ponens*. Un condicional solo indica que en caso de que se dé el antecedente, también se producirá el consecuente. Si se da el consecuente, eso no significa que necesariamente se vaya a dar el antecedente, porque el consecuente ha podido tener otras causas. Por ejemplo, en el razonamiento «si llueve, entonces la calle se moja; la calle está mojada, por tanto, ha llovido». Este razonamiento es inválido porque la calle puede estar mojada por causas diferentes a la lluvia (por ejemplo, porque hayan regado). A partir de premisas verdaderas, se llega a una conclusión falsa.

Falacia de la negación del antecedente

Dado un condicional y la negación del antecedente, se niega el consecuente; $(A \rightarrow B) \wedge \neg A \rightarrow \neg B$.

Con este razonamiento, igual que en el caso anterior, premisas verdaderas pueden conducir a una conclusión falsa, por lo que el argumento no es válido. Se emplea por su semejanza al *modus tollens*. Sigamos con el ejemplo anterior, «si llueve, entonces la calle se moja; no ha llovido, por tanto la calle no está mojada». Este razonamiento es erróneo ya que existen otras causas por las que la calle ha podido mojarse.

Falacia democrática

Consiste en suponer que la verdad se encuentra en aquello que decida la mayoría. Aunque la democracia es el mejor sistema para que participen y se puedan expresar diferentes opiniones, hay muchos campos en los que es un recurso que puede conducir a error.

Durante la época nacionalsocialista, cien científicos alemanes escribieron un libro contra Albert Einstein (por su condición de judío). Cuando tuvo noticia de dicha publicación, Einstein repuso que un único científico sería suficiente si lograba demostrar que sus ideas estaban realmente equivocadas.

Falacia *ad hominem*²

Consiste en ignorar el razonamiento y atacar a la persona con la idea de desacreditarla. Subyace la suposición de que si la persona no es de fiar, los argumentos que defiende carecen de valor. Para quien emplea este tipo de falacias, lo fundamental es derrotar al adversario, en vez de criticar sus ideas.

Falacia *ad baculum*²

Supone recurrir a la fuerza o a la amenaza para convencer en caso de discrepancia respecto a una cuestión.

