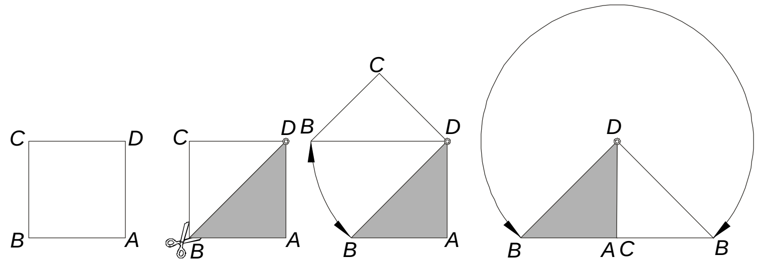
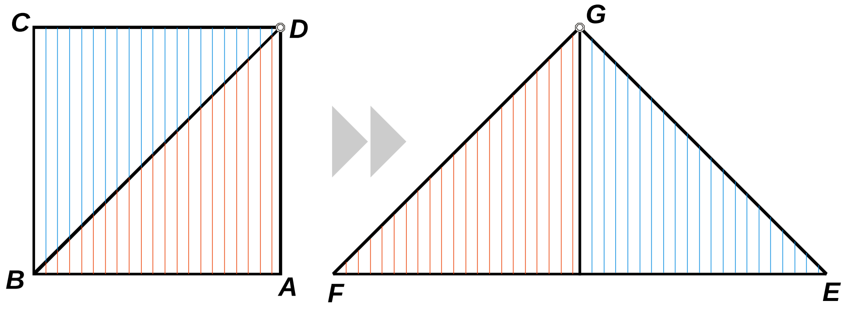
EQUIVALENCIA
Concepto

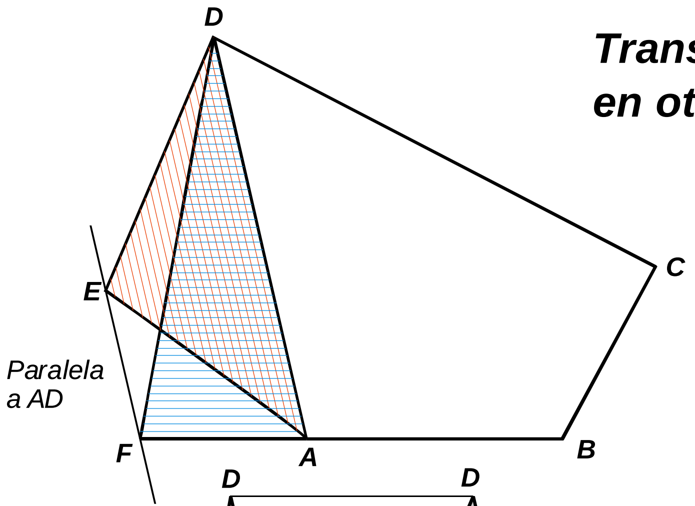




Dos figuras planas se denominan **Equivalentes** cuando siendo de **distinta forma** tienen la **misma superficie**.

*En la izquierda se han dibujado un cuadrado y un triángulo isósceles equivalentes. El proceso seguido se plantea en la parte superior del gráfico. El **cuadrado ABCD** es equivalente al **triángulo** isósceles **EFG**.*

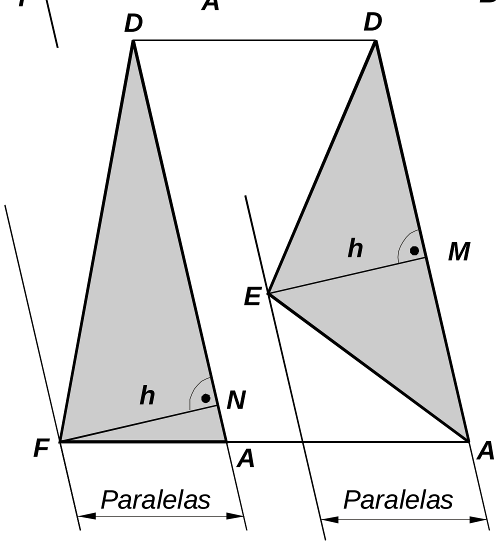
Transformación de un polígono de n lados en otro equivalente de (n-1) lados



*Sea el pentágono **ABCDE**, que remos transformarlo en un cuadrilátero equivalente, para ello:*

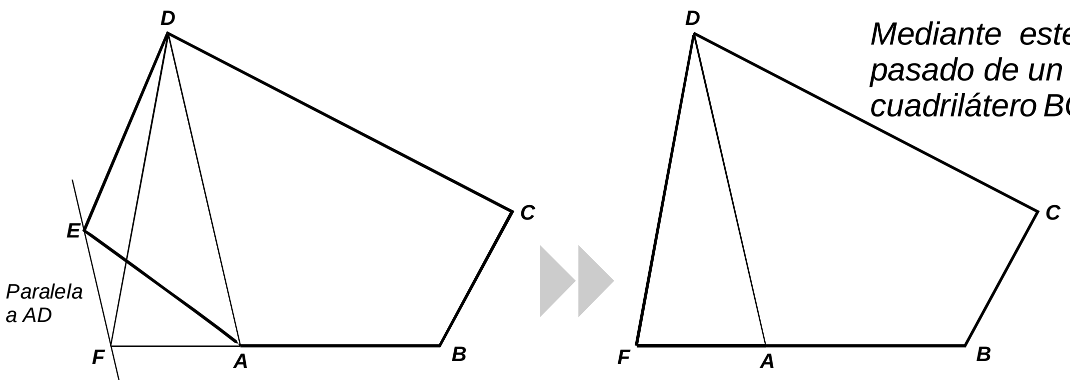
*1.- Trazamos una **diagonal** del polígono en nuestro caso hemos trazado **AD**. Triángulo **ADE**.*

*2.- Por el vértice intermedio, **E**. trazamos una **paralela** a la **diagonal** que corta a la prolongación del lado **AB** en el punto **F**., unimos **E** con **F** y obtenemos el triángulo **ADF**; vamos a estudiar las áreas de los triángulos **ADE** y **ADF**:*



*Ambos triángulos tienen un lado común el lado **AD**, vamos a utilizar este lado como base del triángulo.*
*- Área del **ADE** será **base** x **altura** /**2**, **AD** x **h**/**2**, siendo **h**, la altura sobre **AD**, esto es, el segmento de perpendicular **EM** desde **E**.*

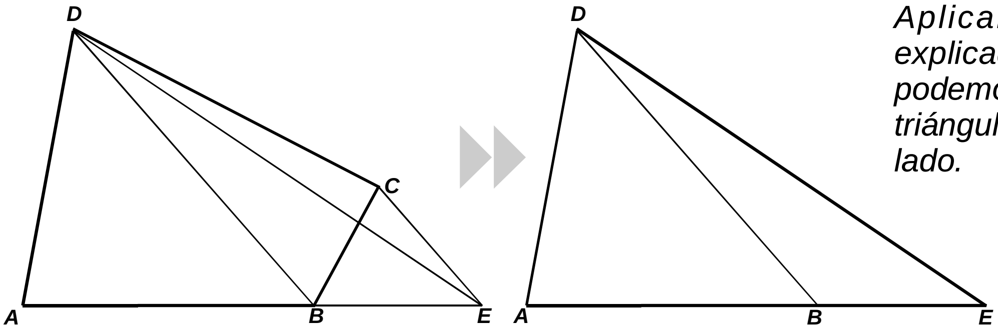
*- Área del **ADF** será **base** x **altura** /**2**, **AD** x **h**/**2**, siendo **h**, la altura sobre **AD**, esto es, el segmento de perpendicular **FM** desde **F**. Estas dos alturas, h, son iguales dado que hemos trazado paralelas luego ambos **triángulos** tienen el mismo área, son **equivalentes**.*



Mediante este procedimiento hemos pasado de un pentágono ABCDE a un cuadrilátero BCDF, equivalente.

EQUIVALENCIA

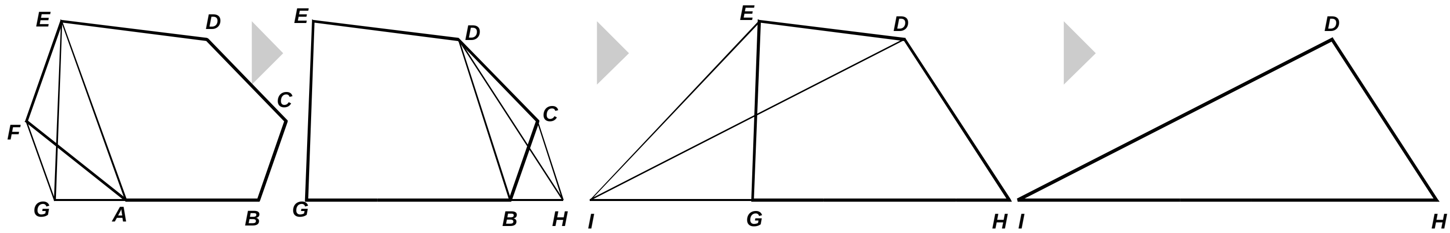
Transformación de un cuadrilátero en un triángulo equivalente.



Aplicando el método general explicado en la página anterior podemos reducir un cuadrilátero a un triángulo equivalente, reduciendo un lado.

*En la parte inferior hemos pasado, reduciendo lados aplicando el proceso sucesivamente, de un **hexágono** a un **triángulo** equivalentes, mínimo polígono posible.*

Transformación de un polígono, hexágono, en un triángulo equivalente.



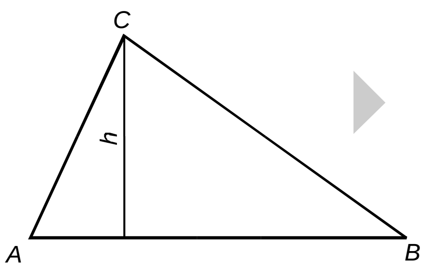
*En la parte inferior se transforma un triángulo, cualquiera, **ABC**, en un rectángulo equivalente, **ABDE**.*

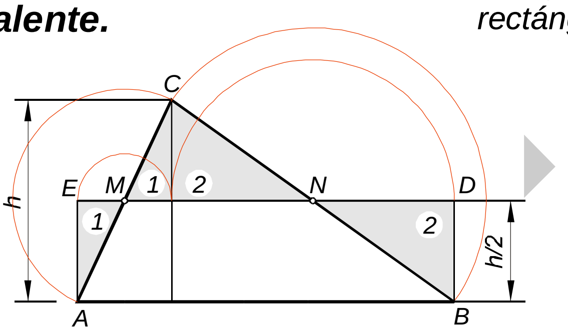
Se ha indicado el proceso gráficamente:

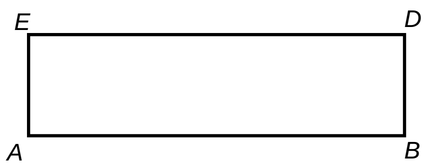
*- Trazamos la altura sobre la base y la dividimos en dos partes iguales, **h/2**.*

*- Construimos el rectángulo de base la del triángulo y altura **h/2**.*

Transformación de un triángulo en un rectángulo equivalente.

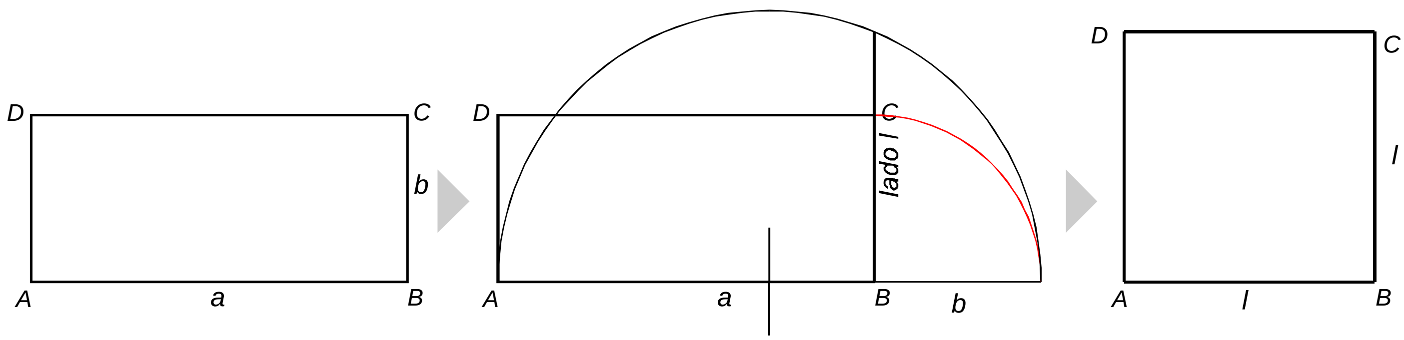






*Para hallar el cuadrado equivalente a un rectángulo necesitamos hallar la **media proporcional** de los lados del rectángulo, esto es, $l^2 = a{\times}b$.*
*En nuestro ejemplo hemos aplicado el teorema de la altura. Obtenido **l**, construimos el cuadrado.*

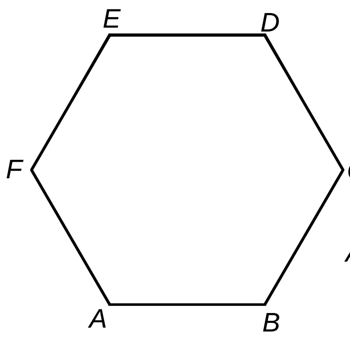
Transformación de un rectángulo en un cuadrado equivalente.

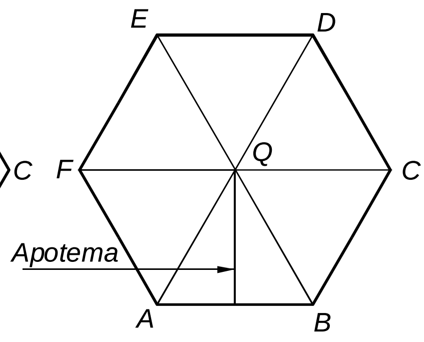


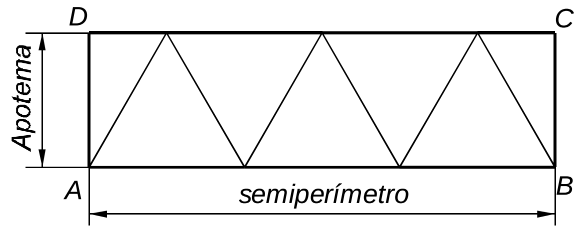
EQUIVALENCIA

Transformación de un polígono regular en un rectángulo equivalente.

Recordando que el área de un polígono regular era: **Semiperímetro** x **Apotema**, construimos un rectángulo de lados el semiperímetro y el apotema del polígono.
En nuestro ejemplo hemos transformado un hexágono regular en rectángulo.

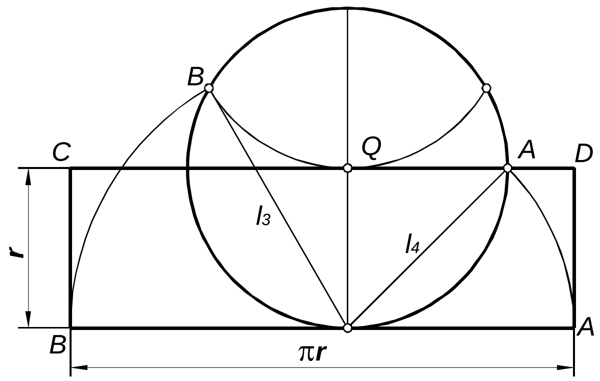


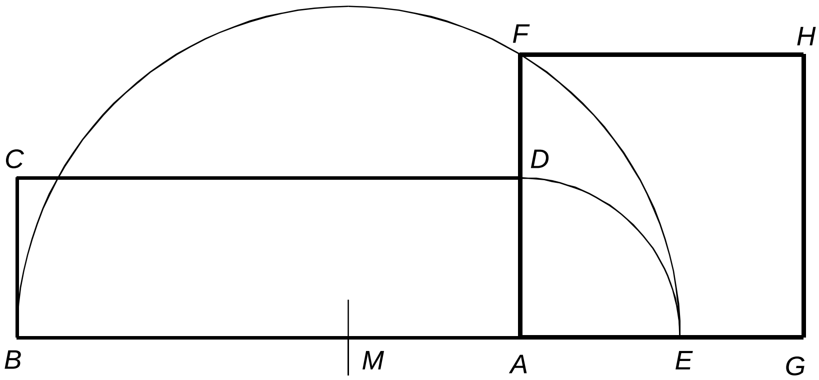




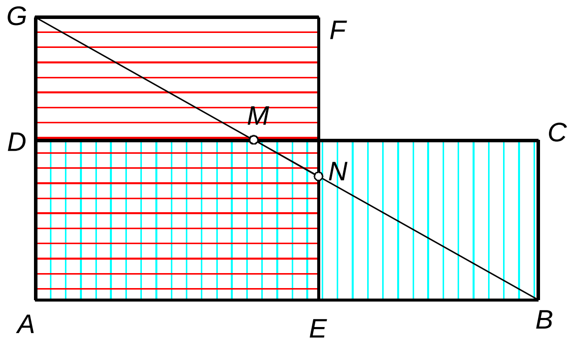
Transformación de un círculo en un cuadrado equivalente.

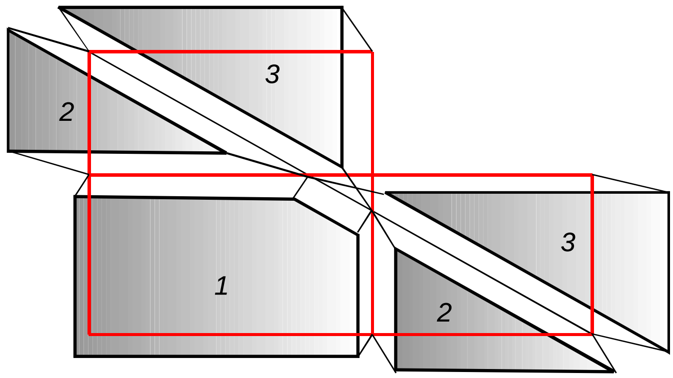
1.- Hallamos el rectángulo equivalente al circulo, para ello rectificamos la semicircunferencia $\pi r = l_3 + l_4$, suma de los lados del triángulo y del cuadrado inscritos.
El rectángulo equivalente tiene como lados πr y r.
2.- Hallamos la media proporcional a los lados πr y r, y obtenemos el lado l, del cuadrado equivalente.



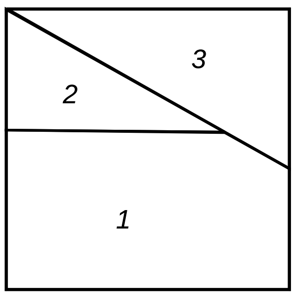


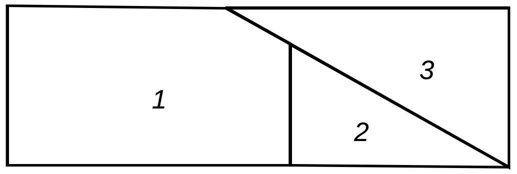
Composición del rectángulo en el cuadrado equivalente.





Vamos a descomponer el rectángulo en tres partes para luego componer el cuadrado equivalente.
*1.- Superponemos el cuadrado y el rectángulo y unimos los vértices extremos, **B** y **G**, cortando al rectángulo y al cuadrado en **M** y **N**, respectivamente.*





Estudiamos las figuras que se forman:
- Pentágono 1 común a las dos figuras.
- Triángulo 2 igual en ambas figuras.
- Triángulo 3 el mismo para las dos figuras.

Componiendo de una u ptra manera construimos un rectángulo o un cuadrado.

Transformación de un triángulo equilátero en un cuadrado equivalente.

*En primer lugar, figuras 1, 2 y 3, se ha transformado el triángulo **ABC** en un rectángulo equivalente de base **AB** y altura **h/2**.*
El procedimiento, ya conocido, se indica en las figuras.

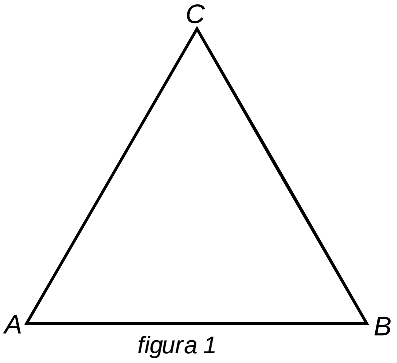


figura 1

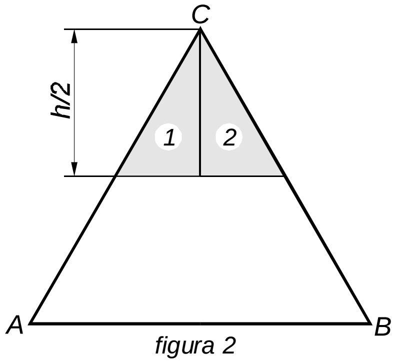


figura 2

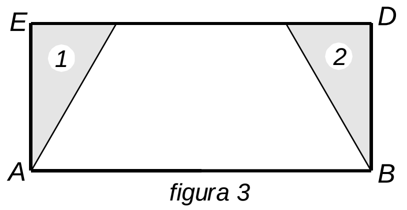


figura 3

*Una vez hallado el rectángulo, buscamos, fig. 4, el lado del cuadrado equivalente al rectángulo hallando la **media proporcinal** de sus lados. Superponemos las dos figuras y uniendo los vértices **A** y **G** descomponemos en las partes **3**, **4** y **5**, que permiten componer una u otra figura, fig. 5.*
*En las partes **4** y **5** recortamos los triángulos **1** y **2** del rectángulo $\mathbf{4_1}$ y $\mathbf{5_2}$, con los que podemos componer el cuadrado o el triángulo equivalentes, fig. 6, 7 y 8.*

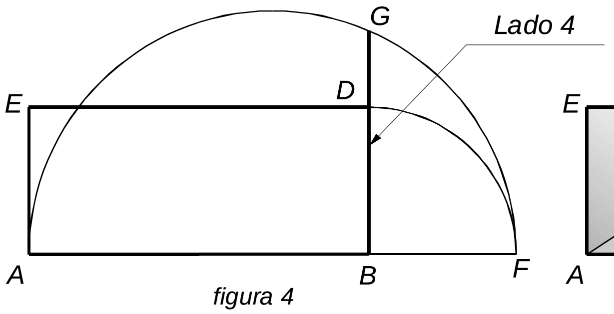


figura 4

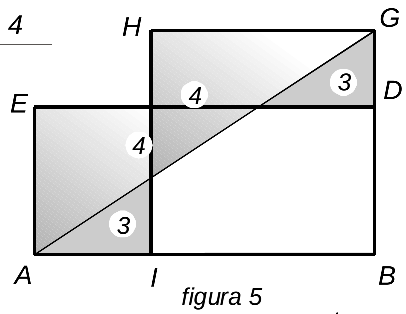


figura 5

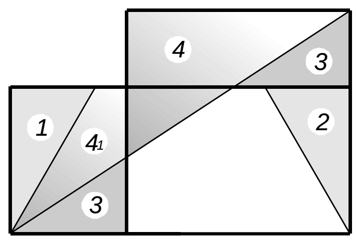


figura 6

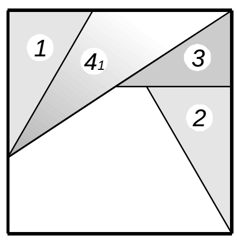


figura 7

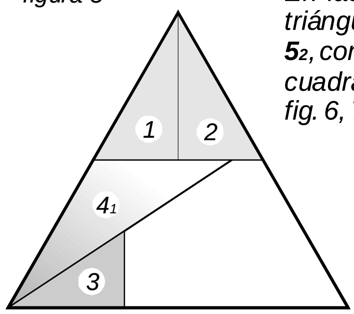


figura 8

*Un procedimiento para transformar el triángulo equilátero en un cuadrado equivalente es el ideado por **Dudeney**. En las figuras 1 a 4 se visualiza el proceso.*
*Este método no es exacto, el resultado es un rectángulo de lados muy parecidos, pero no iguales. El segmento **EG** es menor que la suma de los segmentos **HF** y **DI**.*

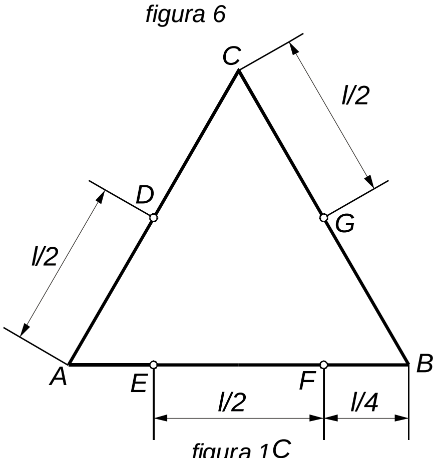


figura 1

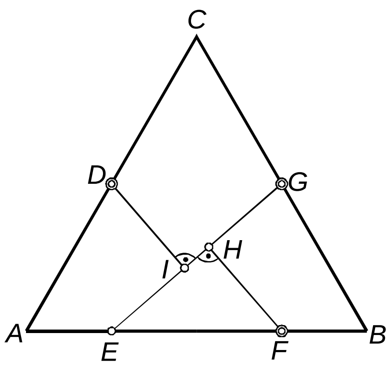


figura 2

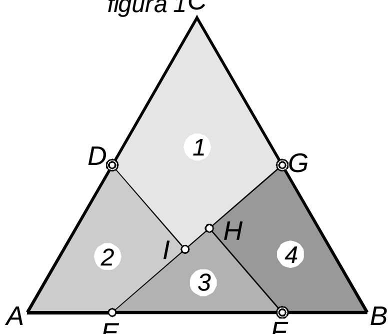


figura 3

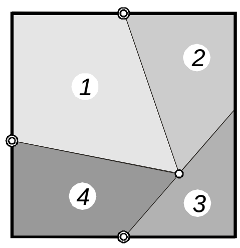
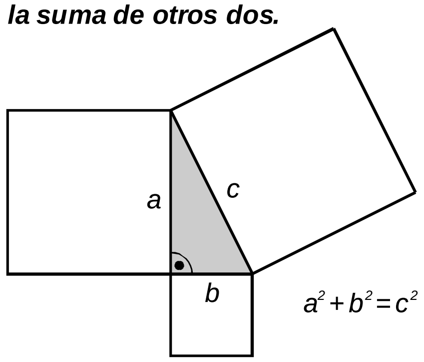


figura 4

EQUIVALENCIA

EQUICOMPOSICIÓN DE POLÍGONOS

Construcción de un cuadrado equivalente a la suma de otros dos.



$a^2+b^2=c^2$

*Hallar un cuadrado equivalente a la suma de otros dos es sencillo si recordamos el teorema de **Pitágoras**: (Suma de los cuadrados de los catetos igual al cuadrado de la hipotenusa)*
Si observamos el triángulo rectángulo de lados a, b y c, de la izquierda vemos que el cuadrado de lado c es igual a la suma de los de lado a y b,
También nos puede servir para hallar la diferencia de dos cuadrados.

1er Método

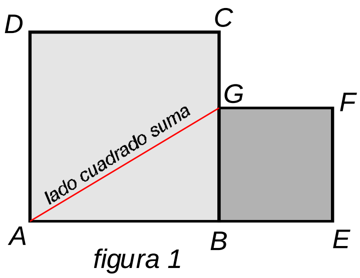


figura 1

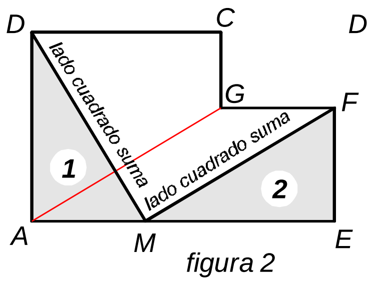
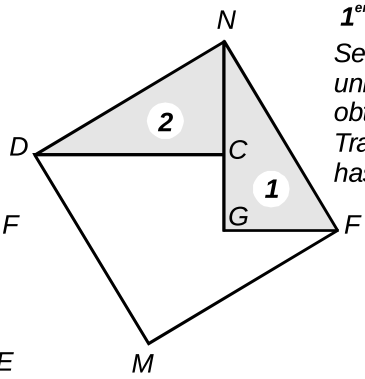


figura 2



1er Método

*Sean los cuadrados de la figura 1, unimos los vértices **A** y **G** se obtiene el lado buscado.*
*Trasladamos, fig. 2, ese lado hasta **F** y lo giramos 90º por **D**, vemos que convergen en **M** y se forman dos triángulos, **1** y **2**, iguales.*
Trasladamos, fig. 3, esos triángulos y obtenemos el cuadrado suma de los anteriores.

2º Método

Este método sólo descompone el cuadrado grande en 4 partes iguales que se adosan al cuadrado pequeño.

*Para obtener las 4 partes trasladamos los lados del cuadrado que buscamos a los puntos **M** y **N**, que se obtienen con la semidiferencia y la semisuma de los lados de los cuadrados de partida. Se cortan, fig. 1, ortogonalmente y en su punto medio.*

2º Método

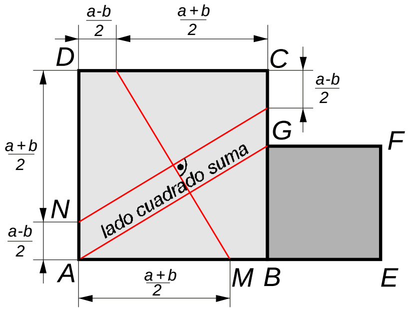


figura 1

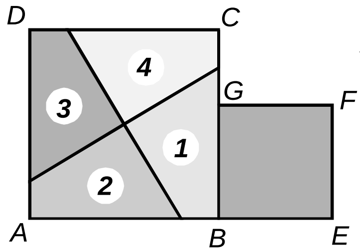


figura 2

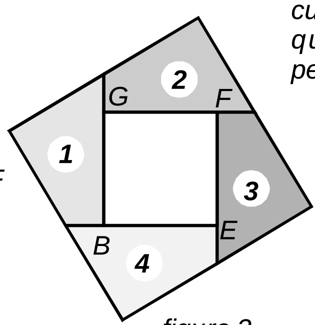


figura 3

En la fig. 2 vemos que se han formado 4 trapezoides iguales de dos ángulos rectos, 1, 2, 3 y 4.
Los situamos alrededor del cuadrado pequeño, fig. 3 y obtenemos el cuadrado suma.

3er Método

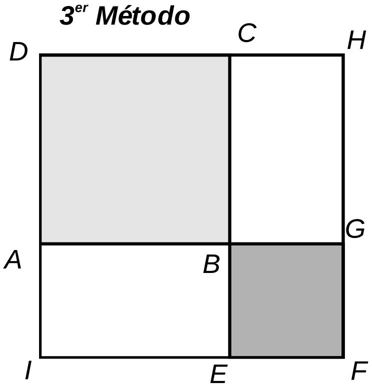


figura 1

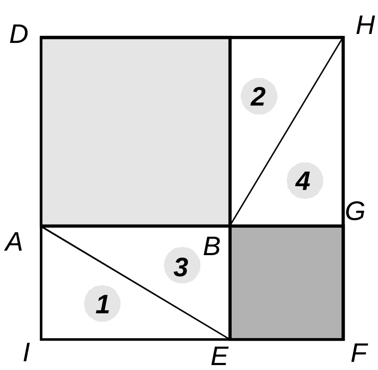


figura 2

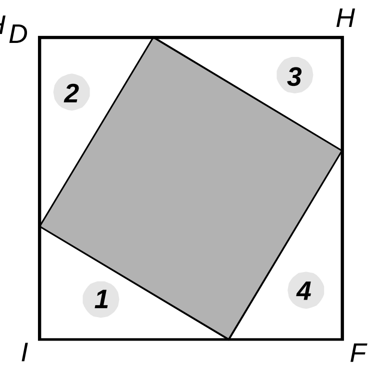


figura 3

3er Método

Este método es sustractivo, inscribimos nuestros cuadrados, fig. 1, dentro de un tercer cuadrado, DIFH, de forma que la diferencia entre éste y los primitivos son 2 rectángulos.
Dividimos éstos rectángulos, fig. 2, en 4 triángulos iguales, 1, 2, 3 y 4, de hipotenusa el lado buscado.
Los situamos en las esquinas del cuadrado y dentro nos queda el cuadrado buscado.